MAGNITUDES Y MEDIDAS
Medida y unidades de medida. Magnitudes: longitud, capacidad, peso, volumen, amplitud angular. Estimación. Equivalencia.

Comparar y ordenar distintas cantidades de magnitud (longitud, peso, capacidad, superficie, amplitud angular) para resolver situaciones, utilizando una unidad convencional o no convencional y fracciones de la misma.

En esta instancia, este punto del *perfil de egreso* se ejemplifica a través de cuatro ítemes. Presentadas en contexto intramatemático, tres de estas actividades de evaluación se enfocan al "tratamiento" de las magnitudes "longitud" y "superficie" a través del análisis de diferentes figuras geométricas. Por último, una de las actividades se orienta determinar una cantidad de longitud mediante la utilización de unidades de medida no convencionales.

El Perímetro, *Cuadrados iguales* y *Comparamos magnitudes*, son las actividades de evaluación relacionados al trabajo con las magnitudes "longitud" y "superficie" en el análisis de distintos polígonos. Estos ítemes requieren fundamentalmente que los estudiantes desarrollen procedimientos de comparación que les permitan establecer relaciones de orden entre cantidades de magnitud; vinculados a la cantidad de longitud (medida) del contorno en el caso *El perímetro*, y asociados simultáneamente a la cantidad de longitud (medida) del contorno y a la cantidad de superficie, en *Cuadrados iguales* y en *Comparamos magnitudes*. A todo esto, como manifiesta María del Carmen Chamorro (2003),

> "Trabajar el entorno relativo a la cantidad demagnitud supone trabajar la relación de equivalencia, es decir la adquisición de criterios que permitan al alumno saber cuándo dos longitudes, dos superficies, dos masas o dos volúmenes son equivalentes en magnitud; es decir, trabajar los problemas de conservación de la magnitud, que si bien son adquiridos muy rápidamente y a edades muy tempranas en el caso de la longitud o la capacidad, son tardíos y lentos en el caso de la superficie (12 a 14 años) o el volumen (13 a 17 años)." (CHAMORRO, 2003:225)

El Perímetro tiene como objetivo establecer una relación de orden entre las cantidades de longitud (medidas) de los contornos de dos figuras. El estudiante debe "compararlas", ya sea "aritmetizando" la situación (mediante el uso de un "patrón", en este caso tomando el "lado" de cada cuadrado de la cuadrícula como unidad de medida), o efectuando una comparación sin intermediario (en este caso sin utilizar la cuadrícula), es decir trabajando directamente con los segmentos que son lados de los polígonos a analizar. Para ello, es necesario contar con un repertorio amplio de procedimientos, tales como "trasladar", "superponer", "iterar". Una vez efectuada la comparación, independientemente de los "métodos" o los procedimientos utilizados, debe concluir que "el perímetro de la figura pintada es igual al perímetro del rectángulo ABCD".

Sin dudas, es una actividad sumamente desafiante en términos cognitivos, ya que la misma ofrece varios obstáculos, unos ligados a decisiones concretas sobre las "variables didácticas" intervinientes, otros de naturaleza más bien "epistemológica". Uno de los *obstáculos* asociado estrechamente a las decisiones didácticas, reside en la elección de las figuras geométricas objeto de análisis, lo cual tendería a dificultar en última instancia la necesaria comparación entre las mismas. Si bien una de las figuras representadas es un rectángulo, la otra es una figura no convencional, no incluida entre las que tradicionalmente la escuela trabaja o presenta. Los docentes suelen elegir aquellas figuras convexas y convencionalmente presentadas: "derechas", "apoyadas", "verticales", "horizontales". Otra variable didáctica que probablemente afecte el reconocimiento de las dos figuras a analizar, es el hecho de que se presente solo la figura no convexa coloreada, ocasionándose –tal vez- en función de ello una confusión entre "figura" y "fondo".

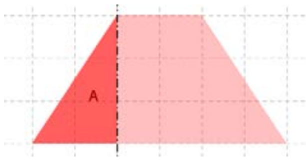
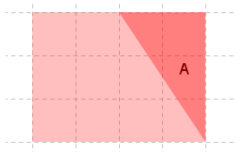
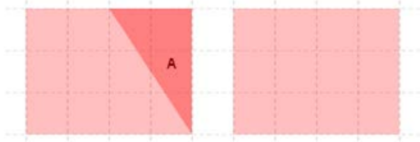
Un obstáculo epistemológico, que se planteará también en los ítemes *Cuadrados iguales* y *Comparamos magnitudes*, está relacionado con esa idea consolidada que los estudiantes de estas edades mantienen acerca de la "identificación" o "interdependencia" entre longitud del contorno y superficie de figuras. De este modo, cuando existen dos relaciones ligadas mutuamente, el estudiante intenta aplicar la "ley de conservación" (Azhari, 1998), esto es: si una determinada cosa crece, también lo hace la que está asociada con ella. En este sentido, los estudios de Bang y Luzner (1965) muestran que recién a los 11 o 12 años de edad comienzan a producirse avances conceptuales, o sea:

> "(…) Hay una diferenciación de las relaciones entre superficie y perímetro. La idea del decrecimiento de la superficie, manteniendo constante el perímetro, permite diferenciar la superficie y el perímetro. Sin embargo, el niño no admite de forma inmediata el razonamiento inverso: con perímetro constante la superficie varía, luego si la superficie permanece constante, el perímetro variará a su vez, pensando sin embargo que se necesita el mismo perímetro". (CHAMORRO, 2003:259)

Todas estas dificultades observadas se confirman con los resultados obtenidos. Tan solo un 18% de los estudiantes contestaron correctamente con la OPCIÓN B), reconociendo que los "perímetros de ambas figuras son iguales". Entretanto, las alternativas de respuesta con más elección son, la OPCIÓN A) con 34% y la OPCIÓN C) con 38%. En la respuesta A) "mayor que el perímetro de ABCD", una de las hipótesis de error a tener en cuenta es que los estudiantes consideren que "a mayor cantidad de lados corresponde mayor perímetro". En cambio, en la respuesta C), se evidencia con claridad el obstáculo epistemológico mencionado, ya que es probable que los alumnos asocien "decrecimiento de superficie con decrecimiento de perímetro." Por último, solo un 11% de los estudiantes considera que "el perímetro de la figura pintada es la mitad del perímetro de ABCD", OPCIÓN D).

Si bien *Comparamos magnitudes* tiene muchas similitudes con el ítem anterior, también presenta algunas diferencias que deben ser tenidas en cuenta. Primero, en este caso los procedimientos de "comparación" deben extenderse además al análisis de cantidades de superficie. Y en segundo lugar, los polígonos representados son de uso frecuente a nivel escolar (trapecio isósceles y rectángulo), aunque no están “superpuestos” como fueron dados en la anterior situación, sino uno a continuación del otro. Más allá de esto, ambos se presentan “alineados” a la misma cuadrícula.

La variación en las figuras geométricas que deben analizarse, tiene efectos directos sobre los procedimientos de comparación a efectivizar. Por ejemplo, el análisis de la cantidad de superficie tiende a facilitarse si se “visualiza” que mediante la “descomposición” de ese trapecio isósceles (PASO 1), se puede “componer” un rectángulo (PASO 2), que a su vez tiene la misma cantidad de superficie que el rectángulo dado (PASO 3).

PASO 1	PASO 2	PASO 3
		

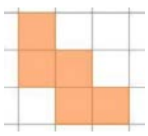
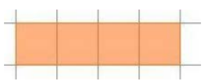
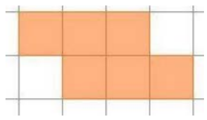
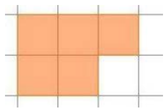
Por ejemplo, el análisis de la cantidad de superficie tiende a complejizarse si se toma como unidad de medida uno de los “cuadraditos” que conforman la cuadrícula, ya que exigiría otros procesos de “descomposición” y “composición” mucho más elaborados. Asimismo, entre los procedimientos de resolución de la actividad no debe descartarse la aplicación de fórmulas para calcular áreas, tanto del rectángulo como del trapecio isósceles.

En cuanto a la comparación de la cantidad de longitud (medida) de los contornos de las figuras, puede resultar tan o más complejo que la comparación de la cantidad de superficie, según el procedimiento de resolución que se desarrolle. Probablemente, los estudiantes que utilicen procedimientos centrados en la “visualización” (con la correspondiente aplicación de propiedades intra e interfigurales) reconozcan más fácilmente que los lados “no paralelos” del trapecio isósceles son mayores que los “lados menores” del rectángulo, que aquellos alumnos decididos a “aritmetizar” la situación en base a la cuadrícula.

En esta actividad, los resultados muestran que un 30% de los estudiantes desarrolla procedimientos de comparación que les permite obtener la respuesta correcta, en este caso, OPCIÓN B) “igual área y distinto perímetro.” Entretanto, la OPCIÓN C) “distinta área y distinto perímetro” es la alternativa de respuesta más elegida, con un 36%. La alta elección de este distractor se fundamenta en uno de los obstáculos más importantes, que viene siendo señalado desde los pioneros estudios de Piaget, respecto a la “conservación de la cantidad de superficie”. En relación a esto, Chamorro manifiesta: “*(…) la componente dominante principal de la noción de superficie es la de la forma, de hecho, es imposible concebir una superficie sin forma. Cuando los alumnos identifican una superficie lo hacen en primer lugar a través de la forma, de ahí que cualquier cambio en ésta lleva aparejada la idea de que se ha obtenido otra superficie diferente que no guarda con la primera relación alguna; por lo que si el cambio de forma ha sido relevante, el alumno niega la conservación de la superficie. (…)*” (CHAMORRO, 2003:256-257) Prácticamente con la misma fundamentación que la anterior alternativa de respuesta, la OPCIÓN D) "distinta área e igual perímetro", obtiene un 18% de elección. Por último, un 16% de los alumnos se inclina por la OPCIÓN A) "igual área e igual perímetro". La justificación de este error se basa en el hecho de que si bien logran establecer que ambas figuras tienen "igual área", consideran entonces que "a igual área debe corresponder igual perímetro".

En *Cuadrados iguales* la diferencia con las dos anteriores actividades de evaluación reside en que se debe verificar la equivalencia entre distintas cantidades de magnitud de dos figuras. Para ello, se introduce como "variable didáctica" el trabajo con "*poliminos*"[1] construidos con cuadrados. La introducción de esta "variable didáctica" facilita los procedimientos de "comparación" a desarrollar, sobre todo en relación a la cantidad de superficie. Por ejemplo, únicamente a partir del conteo de la cantidad de "cuadrados" que compone cada uno de las figuras dadas, es factible descartar la mitad de las alternativas de respuesta. Pero, a los efectos de resolver la actividad se debe considerar también la cantidad de longitud (medida) del contorno, sea a través de la "aritmetización" de la situación (mediante el uso de un "patrón", en este caso tomando el "lado" de cada cuadrado de la cuadrícula como unidad de medida), o mediante la elaboración de otras estrategias que permitan la verificación de la relación dada.

Contrariamente a lo sucedido en las dos actividades analizadas con anterioridad, donde tan solo entre un 18% (*El perímetro*) y un 30% (Comparamos magnitudes) de los alumnos de sexto año seleccionó la respuesta correcta, en este ítem, un 41% de los estudiantes resuelve en forma adecuada la situación, seleccionando la OPCIÓN A). Posiblemente, lo que atenúa en cierta medida la "dificultad" de este ítem sea la visualización de esas figuras como "figuras compuestas a su vez con cuadrados".

A)	B)	C)	D)
			

Esto se evidencia también en que la segunda alternativa de respuesta más elegida es la OPCIÓN D), con un 28%. Como era de esperar, la OPCIÓN C), registra tan solo un 8% de elección, ya que es una de las alternativas de respuesta "descartables" a través de un simple procedimiento de conteo. Por su parte, llama la atención que un 22% de los estudiantes de sexto año seleccionó la OPCIÓN B), debido a que es la otra respuesta a desestimar inmediatamente en función de la diferencia entre la cantidad de "cuadrados" que componen la "figura" dada y la de esta alternativa. Tal vez la alta elección de este distractor se asocia a lo perceptivo, ya que la "forma" de ambas figuras se "parece".

[1] Los "poliminos" son "*figuras construidas a partir de la utilización de figuras elementales (triángulos, cuadrados, hexágonos, etc.) respetando, sin embargo, en su construcción una regla simple: para formar figuras de orden superior hay que unir las figuras elementales de forma que su lado coincida, no es posible construirlas si coinciden en un lado sólo de forma parcial o si ambas figuras elementales tienen una intersección distinta de uno de sus lados. (…)*" (CHAMORRO, 2003:312)

La actividad de evaluación *Lapicera y botones* tiene como objetivo determinar la cantidad de longitud de una lapicera utilizando unidades de medida no convencionales, tales como un botón o una "goma de borrar". La relevancia del trabajo con estas unidades no es solamente para las etapas iniciales de la escolarización, sino que su aplicación se extiende muchas veces a diferentes situaciones cotidianas. Tal como manifiesta Alicia Xavier de Mello (2005), *"(…) las unidades no convencionales no son una etapa a superar, como se plantea habitualmente, sino que continúan siendo de uso social (en la cocina, la albañilería, los juegos)."* (XAVIER DE MELLO, 2005:198)

La situación requiere que los estudiantes identifiquen cuáles son los "patrones" o unidades de medida no convencional utilizados "para medir el largo de la lapicera". Luego es necesario efectuar la comparación entre esas unidades de medida a fin de establecer una relación, reconociendo en este caso que "el largo de la goma de borrar mide lo mismo que dos botones y medio". Esto se ve facilitado debido a que la imagen cuenta con algunas referencias, líneas punteadas que indican los extremos de la lapicera y los de la goma de borrar, lo cual explicita la relación entre la "medida de la lapicera" y la de la goma de borrar tomando como unidad de medida el botón. Finalmente, sea contando "de a dos botones y medio" hasta "completar el largo de la lapicera", o directamente calculando el cociente de 10:2,5 ("cantidad de botones que mide el largo de la lapicera" entre "cantidad de botones que mide el largo de la goma de borrar"), debe determinarse que "el largo de la lapicera" es 4, utilizando como "unidad de medida" la goma de borrar.

Los datos muestran que casi 2 de cada 3 estudiantes de sexto año resuelven correctamente esta actividad de evaluación, seleccionando la OPCIÓN C) 4. Asimismo, un 11% alcanza probablemente a establecer y aplicar la relación entre ambas unidades de medida no convencional, pero responde con la cantidad de gomas de borrar que "faltan para completar el largo de la lapicera", olvidando la que se muestra en la imagen, OPCIÓN B) 3. Mientras tanto, un 15% de los alumnos se detiene en la comparación de las "unidades de medida" dadas, respondiendo con la medida en botones del "largo de la goma de borrar", OPCIÓN A) 2,5. Por último, un 10% de los estudiantes solo se limita a "contar" o "calcular" la cantidad de botones que restan para "completar la medida de la lapicera conjuntamente con la goma de borrar" tal como muestra la imagen, OPCIÓN D) 7,5.

Referencias bibliográficas

CHAMORRO, María del Carmen (Coord.) (2003), **Didáctica de las Matemáticas para Primaria**, Madrid, Pearson Educación S.A.

XAVIER DE MELLO, Alicia (2005), "***Medida de magnitudes: la organización del contenido para ser enseñado***", en RODRÍGUEZ RAVA, Beatriz, XAVIER DE MELLO, Alicia (Coord.) (2005), **El Quehacer Matemático en la Escuela**, Montevideo, Fondo Editorial Queduca, FUM-TEP, pp. 192-206.