



ADMINISTRACIÓN NACIONAL DE
EDUCACIÓN PÚBLICA
CONSEJO DIRECTIVO CENTRAL

Montevideo, 30 de julio de 2019.

Acta N°43

Resol. N° 54

Exp. 2019-25-4-006276

DBH

VISTO: La Resolución N°4, Acta N°30 de fecha 24 de mayo de 2016 y la Resolución N° 4, Acta N° 27 de fecha 23 de mayo de 2018 del Consejo Directivo Central.

RESULTANDO: Que por los citados actos administrativos, en acuerdo con los Directores Generales de los Consejos de Educación y de Formación en Educación, se dispuso la elaboración de un Marco Curricular de Referencia Nacional, así como la promoción de acciones para la elaboración de las progresiones de aprendizaje en Lenguas y Matemática, creando grupos de trabajo específicos a tales efectos, los que serán coordinados por el Director Sectorial de Planificación Educativa.

CONSIDERANDO: I) Que la Dirección Sectorial de Planificación Educativa eleva el documento “Progresiones de aprendizaje del dominio matemático”.

II) Que el referido documento presenta un estado de avance que justifica su aprobación, publicación y/o difusión por parte del organismo.

ATENTO: a lo expuesto,

EL CONSEJO DIRECTIVO CENTRAL DE LA ADMINISTRACION NACIONAL DE EDUCACIÓN PÚBLICA, RESUELVE:

1) Tomar conocimiento del documento “Progresiones de aprendizaje del dominio matemático” elevado por la Dirección Sectorial de Planificación Educativa y que luce de fs. 1 a 25 de las presentes actuaciones.

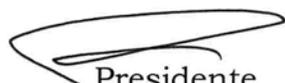
2) Disponer la publicación del documento de referencia en formato digital en la página web de la Administración Nacional de Educación Pública, destinada a las producciones relacionadas con el Marco Curricular de Referencia Nacional, en tanto constituye un

documento que oficia de insumo para continuar avanzando en la elaboración de progresiones dentro del dominio de referencia.

Comuníquese a los Consejos de Educación y de Formación en Educación, a la Dirección Sectorial de Planificación Educativa y a la Dirección de Comunicación Institucional con copia del documento aprobado. Hecho, pase a la Dirección Sectorial de Información para la Gestión y la Comunicación a efectos de lo dispuesto en el numeral 2 del presente acto administrativo.



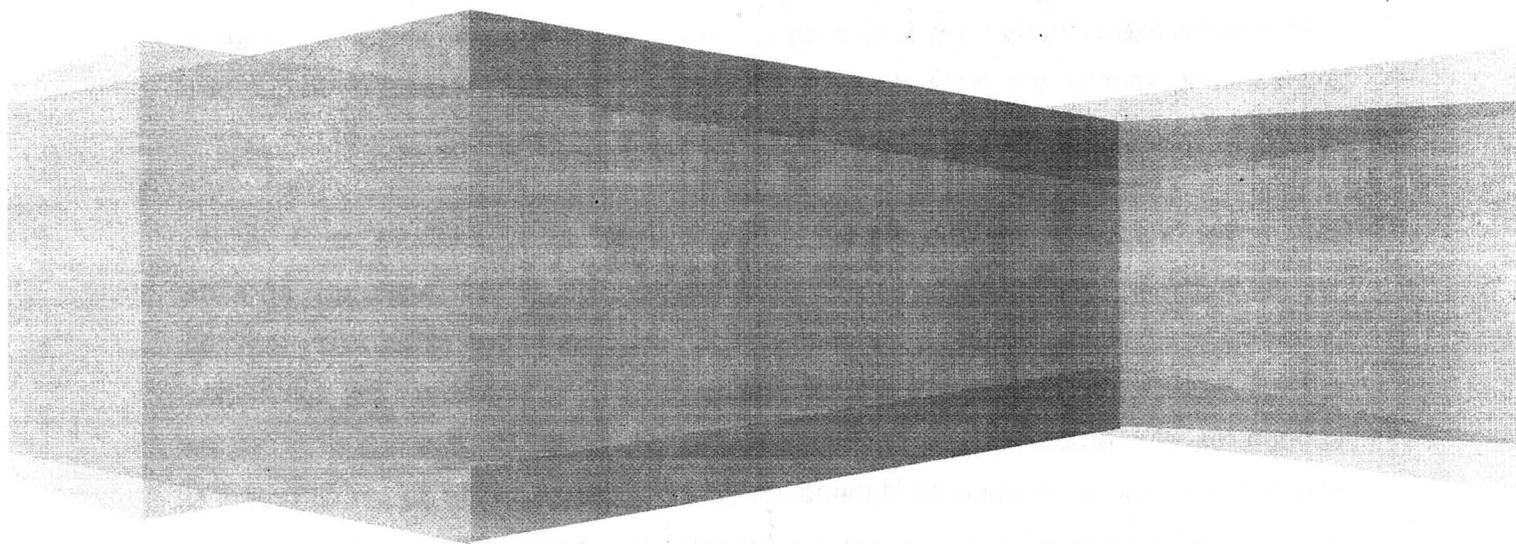
Dra. Mónica Araujo Suárez
SECRETARIA ADMINISTRATIVA
ANEP - CODICEN



Presidente
CODICEN

Prof. Wilson Netto Marturet
Presidente
Consejo Directivo Central
Administración Nacional de Educación Pública

Progresiones de aprendizaje en el dominio matemático Julio 2019



1. Introducción

En el proceso de elaboración del Marco Curricular de Referencia Nacional¹, en la órbita del Consejo Directivo Central de la ANEP, surge la necesidad de explicitar las progresiones de aprendizaje para los diferentes dominios del currículo. Se entienden a las mismas como el “conjunto de descripciones que expresan el desarrollo de los aprendizajes fundamentales como un continuo coherente y que especifican lo que se ha de lograr dentro de cada ciclo del trayecto previsto en la educación obligatoria” (Resolución N°4, Acta N°27, mayo de 2018). En particular en lo que refiere a la actividad matemática se ha propuesto desarrollar esas progresiones asociadas a un dominio al que se ha nominado como matemático, en el entendido que la actividad matemática no se reduce a la asignatura sino que ocurre en variados contextos.

Se concibe la actividad matemática como aquella que invita a crear, producir, fabricar, siendo accesible a todos y no solo a un grupo de elegidos (Charlot, 1986), no se la piensa como aquella que limita el rol del estudiante al de un espectador de lo que otro produce.

Es así que la actividad matemática, en las progresiones de aprendizaje, toma sentido en un escenario donde el alumno no es objeto de aprendizaje sino sujeto que aprende al ser parte sustantiva de su propio quehacer. El estudiante hace matemática también cuando trabaja en contextos extramatemáticos, en otras áreas y, eventualmente, cuando resuelve problemas que la vida en sociedad le presenta. ¿De qué sirve que un estudiante pueda, en la clase de Matemática, resolver una ecuación de primer grado, si en la de Física no puede calcular la masa conociendo la fuerza y la aceleración? ¿Qué sentido tiene que en clase de Matemática el estudiante calcule un cuarto proporcional, un porcentaje o un coeficiente de proporcionalidad, si cuando necesita identificar un crecimiento de tipo lineal no reconoce la expresión matemática que lo modeliza?

¹ <https://mcrn.anep.edu.uy/sites/default/files/Documento%20MCRN%20agosto%202017.pdf>

Esta posición exige sostener que el estudiante efectivamente puede hacer matemática y, como plantea Sadovsky (2005)² “esa creencia no se puede inventar, es necesario sustentarla en conocimientos que permitan pensar por dónde se puede empezar a actuar” (p 13).

Se considera que las progresiones de aprendizaje contribuyen a pensar por dónde transitar para aportar al hacer matemático del estudiante brindando elementos que orientan sobre las complejas formas en las que se aprenden los distintos contenidos matemáticos.

2. Las progresiones de aprendizaje (PA)

Existe amplia bibliografía referida a las progresiones de aprendizaje. Una definición amplia la da el *Center for Continuous Instructional Improvement*:

“Las progresiones de aprendizaje son descripciones hipotéticas de las maneras cada vez más sofisticadas en que se desarrolla el pensamiento de un estudiante respecto de un área de conocimiento o de una práctica, a medida que aprende e investiga sobre esa área, durante un periodo de tiempo apropiado.”(Center for Continuous Instructional Improvement, 2009).

Las progresiones que se presentan expresan, en el marco de un continuo, los desempeños teóricamente visibles al transitar determinados grados de la escolaridad. Señalan aprendizajes imprescindibles e irrenunciables para el efectivo avance en el

² Sadovsky, P. 2005. Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

desarrollo de la competencia matemática del estudiante durante el trayecto escolar obligatorio. Aquellos que tiene derecho a desarrollar y adquirir y que, por lo tanto, la institución educativa tiene el deber de asegurar condiciones para que eso se logre con la calidad requerida y en el tiempo adecuado. En efecto, esta responsabilidad oficia de marco a las intenciones planificadas de trabajo matemático sostenidas por los maestros y profesores en el aula.

Las PA listan una serie de evidencias concretas a partir de lo que producen los estudiantes en el proceso de aprender. Para su redacción se tuvieron en cuenta los documentos curriculares nacionales, incluyendo los programáticos, considerando siempre que ellas no se constituyen en parte de los programas, ni son explicaciones o complementos de lo que esos documentos plantean. Las PA en el dominio matemático dan cuenta de evidencias que intentan explicitar el momento en que cada estudiante se encuentra en el proceso de aprender. Se construyen en diálogo con las de otros dominios enriqueciendo el desarrollo matemático del estudiante.

¿Cómo se relacionan las progresiones de aprendizaje matemático con la enseñanza y la evaluación?

Listar evidencias de aquellas cuestiones matemáticas que el alumno tiene derecho a saber en un momento determinado de su escolaridad genera, como ya se ha planteado, una obligación al sistema educativo. Esa obligación implica una política educativa que contemple las condiciones necesarias para que todos los actores puedan desarrollar adecuadamente su labor. La institución educativa vuelve a definirse como aquella que, trascendiendo el contexto en el que se encuentra, provoca aprendizajes. A su vez implica que los docentes, de forma intencionada, generen actividades planificadas de enseñanza y de evaluación que contribuyan a garantizar el derecho a aprender del estudiante. Estas, junto a otras condiciones, propician un contexto en el que el estudiante se involucra en la propuesta y se compromete con su aprendizaje.

Las PA buscan ser un instrumento que colabore con los procesos de enseñanza y de evaluación formativa, al brindar criterios para valorar los progresos en el aprendizaje estudiantil, con una mirada prospectiva, en un proceso que detecte tempranamente situaciones en las que es necesario intervenir para fortalecerlos.

Esos procesos de enseñanza, con las correspondientes restricciones temporales y epistemológicas, necesitan ser concebidos bajo una idea de progreso y continuidad que contemple el quehacer matemático trascendiendo el año escolar y los límites que cada grado y programa imponen. No se aprende matemática de una vez y para siempre, por lo tanto el desarrollo matemático del estudiante se concibe a lo largo de la trayectoria escolar y de su vida como ciudadano y es responsabilidad del sistema educativo enriquecerlo garantizando al egreso, la apropiación de conocimientos y habilidades básicas relacionadas a lo matemático.

La propuesta plantea el hacer Matemática como un continuo en el trayecto de la educación obligatoria y promueve la lectura entre los ciclos sin rupturas, articulada en lo cognitivo, actitudinal y disciplinar.

Como se ha expresado, las PA se elaboraron contemplando el derecho a aprender Matemática que tiene el estudiante uruguayo, razón por la cual cabe preguntarse cuáles son esos contenidos a aprender y cuáles de ellos sostienen habilidades matemáticas fundamentales.

Este documento no lista las enseñanzas sistemáticas que deberían ocurrir en el aula sino que enfatiza y explicita aprendizajes considerándolos como consecuencia de proyectos de enseñanza organizados institucionalmente.

Aprender un contenido matemático exige la apropiación de variados aspectos que hacen a ese contenido y que lo relacionan con otros; sería imposible pensar que esto puede ocurrir solo en un año o curso.

La intención es aportar, al docente uruguayo, elementos que contribuyan a la lectura de las producciones de los estudiantes como corporización de lo que van aprendiendo y a su vez pretende brindar una ruta para la planificación de actividades y situaciones con

las cuales intervenir conscientemente garantizando el derecho a aprender Matemática al que ya se hizo referencia.

Se espera contribuir al *hacer matemática* en el aula de educación primaria y media desde una mirada positiva del quehacer estudiantil, mirada que se sostiene en lo que ellos sí hacen y no en aquello que aún no saben o no saben hacer.

Con este proceso que se inicia en la Administración Nacional de Educación Pública (ANEP) de elaboración de progresiones de aprendizaje, se espera que estas pasen a integrar un conglomerado dinámico y coherente de materiales de política educativa y pedagógico-didácticos, orientados a fortalecer el trabajo en los centros educativos a través de la intervención profesional de los docentes, e incorporados a las acciones de la formación docente inicial y permanente.

3. La estructura de las PA en el dominio matemático

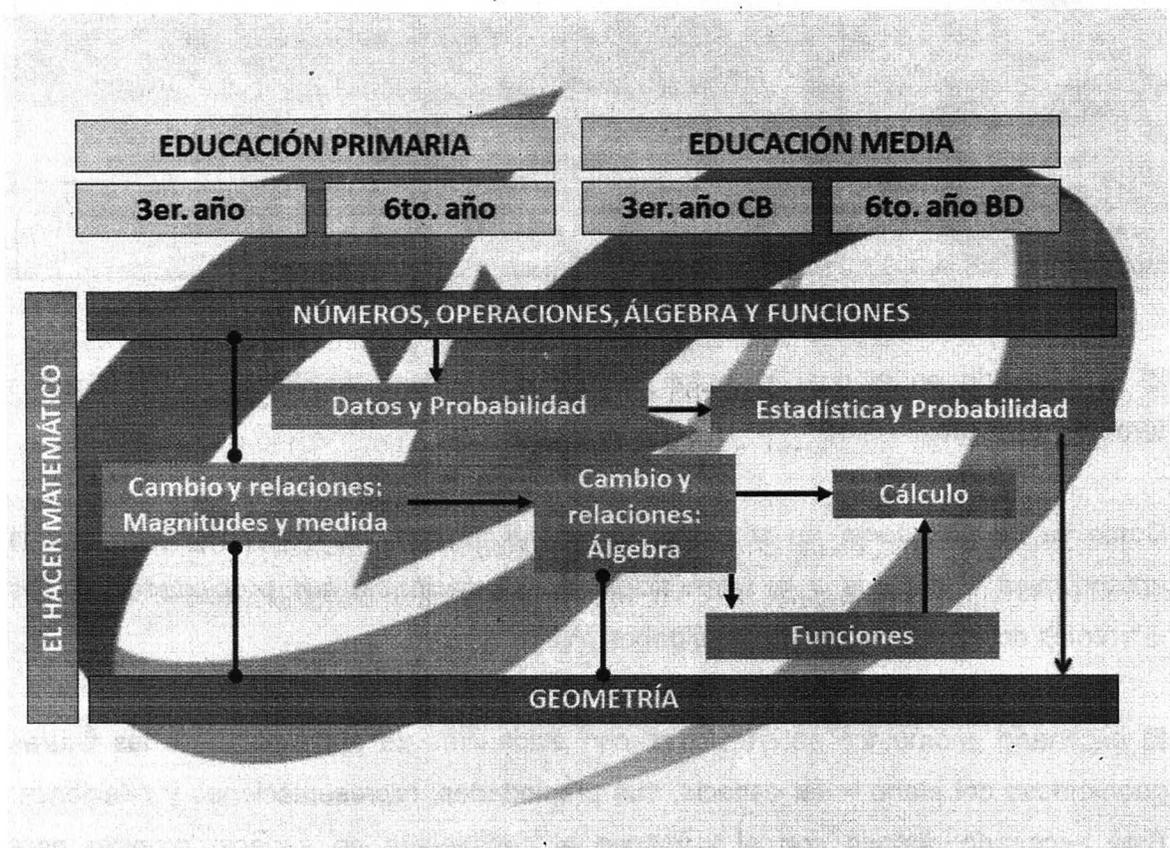
La redacción de las PA en el dominio matemático exigió tomar decisiones relativas a una selección de contenidos y habilidades, considerando la progresión de aprendizaje matemático de un mismo alumno desde tercer año de educación primaria hasta su egreso de enseñanza media superior. Estas decisiones obligaron a buscar trayectos de aprendizaje que trascendieran los tramos educativos institucionales.

Fue en ese sentido que el equipo redactor consideró pertinente pensar la progresión de aprendizaje matemático en torno a tres escenarios. Uno referido a números, operaciones, álgebra y funciones, otro vinculado a lo geométrico y las habilidades asociadas al hacer Matemática constituyeron un tercer escenario.

El siguiente cuadro da cuenta de la estructura general que dio inicio a la redacción de las PA, concibiendo a los tres escenarios en diálogo sostenido a través de ciertos

conocimientos que se indican o que el docente puede establecer. Ejemplo de ello lo constituyen aquellos referidos a la medida y la medición los cuales tienen vínculos con lo numérico y con lo geométrico.

El tercer escenario enmarca la progresión en cada uno de los dos primeros dando cuenta de las habilidades que se desarrollan al hacer Matemática y que contribuyen con el aprendizaje.



La arquitectura del texto de las PA, se estructura en torno a:

- 1) una tabla de doble entrada en la que se indican dos tramos educativos (Educación Primaria: 3ero y 6to año, Educación Media: 3er año de educación media básica y 3er año de educación media superior) y los tres escenarios mencionados;

	Educación Primaria		Educación Media	
	3er año	6to año	3er año de educación media básica	3er año de educación media superior
Números, operaciones, álgebra y funciones				
Geometría				
El hacer matemático				

2) un Glosario en el cual el lector encontrará conceptualizaciones sobre algunos términos utilizados.

Como se ha planteado, en el primer escenario se contempla la progresión en los aprendizajes vinculados a la numeración, las operaciones, sus propiedades en los diferentes conjuntos numéricos, el álgebra y el cálculo.

El escenario geométrico se estructura con evidencias de aprendizaje de las figuras geométricas del plano y del espacio, sus propiedades, representaciones y relaciones. Este escenario dialoga con el numérico al constituirse en espacio propicio para avances en lo algebraico o en contenidos vinculados a la medida.

El tercer escenario presenta indicadores del hacer matemático que promueve un aprendizaje emocionalmente sano y significativo y que aporta al desarrollo de personas comprometidas y hábilmente participativas en la sociedad. Es necesario que las prácticas educativas vinculadas a lo matemático favorezcan el desarrollo de ciertas habilidades que no solo servirán para comprender mejor la disciplina sino para el diario

vivir de cada estudiante. Entre estas habilidades, Mariana Maggio (2018) destaca: la comprensión, la comunicación, la colaboración, la creatividad y el pensamiento crítico.

La tabla de las progresiones de aprendizaje puede ser leída de múltiples formas, en primer lugar se destacan la lectura en vertical y la lectura en horizontal. A través de la lectura por columnas se podrá detectar, para cada uno de los cuatro tramos mencionados, las evidencias de aprendizaje correspondiente. En busca de coherencia con los restantes instrumentos curriculares, en esta lectura en vertical se podrán identificar contenidos programáticos de los grados escolares de referencia que habilitan el diálogo entre PA y programas oficiales.

La lectura en horizontal, por filas, promueve una mirada en continuo de los avances en el aprendizaje en cada uno de los escenarios; se enuncian evidencias como mojones que brindan referencias para tercer y sexto año escolar y para la culminación del ciclo básico y el egreso de educación media.

A modo de ejemplo se presenta una fila correspondiente a una progresión en Geometría para educación media y la columna del tercer año escolar. En la fila es posible observar las palabras “representa” y “construye” que han sido destacadas para indicar que ellas se encuentran descritas en el Glosario de términos.

<p>Geometría</p>	<p><i>Representa</i> figuras geométricas y construye triángulos, circunferencias y círculos en contexto de juego (rompecabezas por ejemplo), diseño artístico (cartelera o decoración) o geométrico puro.</p>	<p><i>Representa con material concreto</i> figuras geométricas planas y del espacio para disponer de modelos que permitan la exploración y acompañen la conceptualización de las figuras y sus propiedades.</p> <p><i>Construye</i> figuras geométricas con instrumentos de trazado o software.</p>	<p><i>Construye e interpreta</i> representaciones planas de figuras geométricas del espacio.</p> <p>Formula e interpreta los pasos de construcción de una figura geométrica con vocabulario específico y en base a las propiedades de las figuras aplicadas para la construcción.</p>	<p><i>Construye</i> figuras geométricas, escribe algoritmos de trazado usando expresiones y vocabulario matemático y los justifica aplicando propiedades de las figuras.</p>
-------------------------	---	---	---	--

De igual forma, se presenta como ejemplo una columna del tercer escenario referida a 3er año de educación primaria.

3er Año	
	Ante una explicación relacionada con lo matemático, identifica lo que no comprende y plantea preguntas al respecto.
	Muestra curiosidad por explorar en Matemática.
	Utiliza juegos digitales como recursos que le permiten avanzar en los conceptos matemáticos.
	Se propone colaborar con otros en la búsqueda de soluciones a los desafíos que enfrenta.
	Comprende e implementa instrucciones en pasos.
	Valida el resultado en el contexto del problema.
	Se muestra dispuesto a comunicar oralmente sus ideas al resolver problemas.
	Persevera ante los errores.
	Juega respetando las reglas del juego con independencia de ganar o perder.
	Controla el exitismo y la frustración.

En segundo lugar se destaca la posibilidad de leer los indicadores pertenecientes a los dos primeros escenarios complementando la mirada con las prácticas detalladas en el tercer escenario. A modo de ejemplo se presentan dos indicadores de Números, operaciones, álgebra y funciones y la correspondiente lectura enriquecida:

Números, operaciones, álgebra y funciones	Lectura desde el tercer escenario
Resuelve situaciones que exigen el uso de adiciones y sustracciones de números reales.	Resuelve situaciones que exigen el uso de adiciones y sustracciones de números reales, analiza la pertinencia de los resultados obtenidos, comunica sus procedimientos y elabora argumentos que validen sus respuestas, apelando a propiedades de este tipo de números.

Opera con racionales utilizando la calculadora.

Opera con racionales utilizando la calculadora y controlando el resultado obtenido mediante otros recursos, por ejemplo, la estimación.

Importa destacar entonces que los indicadores del tercer escenario se asocian, y toman sentido, con cada uno de los indicadores de los restantes escenarios.

4. Tabla de progresiones

		EDUCACIÓN PRIMARIA		EDUCACIÓN MEDIA	
		3 ^{er} Año	6 ^{er} Año	3 ^{er} Año CB	3 ^{er} Año BD
NÚMEROS, OPERACIONES, ÁLGEBRA Y FUNCIONES	<p>Escribe, lee, utiliza y dice números naturales de hasta cuatro cifras en contextos cotidianos e intramatemáticos.</p> <p>Reconoce la cantidad de unidades, decenas, centenas y unidades de mil de un número en contextos auténticos de uso del número, por ejemplo el monetario.</p>	<p>Escribe, lee, utiliza y dice números racionales en su expresión natural, decimal o fraccionaria, en variados contextos, cotidianos e intramatemáticos.</p> <p>Escribe números racionales en soportes digitales.</p>	<p>Utiliza los números en sus diferentes expresiones para comunicarse cuantitativamente en variados contextos, cotidianos e intramatemáticos.</p>		
	<p>Reconoce la expresión decimal y</p>	<p>Reconoce la expresión decimal y fraccionaria de</p>	<p>Reconoce y usa distintas representaciones</p>	<p>Identifica diferencias y similitudes entre los distintos conjuntos</p>	

	<p>fraccionaria de medios, cuartos y décimos, para utilizar la más pertinente en diferentes situaciones cotidianas como por ejemplo en aquellas vinculadas a las medidas.</p>	<p>un número racional para utilizar la más pertinente en las diferentes situaciones que se planteen.</p>	<p>de un número real, así como aproximaciones decimales pertinentes, en función de la situación a resolver.</p>	<p>numéricos, sus propiedades y las operaciones definidas en ellos en contextos intra y extramatemáticos.</p>
	<p>Ordena números naturales de cuatro cifras en contextos cotidianos, como por ejemplos de juegos y monetarios.</p>	<p>Ordena números racionales expresados en sus diferentes representaciones</p>	<p>Ordena números reales expresados en sus diferentes representaciones</p>	<p>Argumenta numéricamente relaciones de orden en \mathbb{R} a partir de las propiedades de las operaciones y del SND (Sistema de Numeración Decimal) para sustentar sus afirmaciones en contexto intramatemático.</p>
	<p>Reconoce regularidades numéricas a partir de las tablas de multiplicar. Por ejemplo, los múltiplos de 6 son múltiplos de 2 y de 3.</p>	<p>Reconoce y utiliza múltiplos y divisores de un número natural en diferentes situaciones.</p>	<p>Aplica los conceptos de múltiplo, divisor y sus propiedades en diferentes situaciones, incluidas las algebraicas.</p>	<p>Deduce, demuestra y relaciona propiedades de los múltiplos y divisores de un número.</p>
	<p>Utiliza repertorios para realizar cálculos aditivos y multiplicativos en el conjunto de los números naturales. Utiliza repertorios de cálculo</p>	<p>Utiliza repertorios para realizar cálculos aditivos y multiplicativos en el conjunto de los números racionales.</p>	<p>Utiliza distintos tipos de cálculos numéricos en el conjunto de los número reales eligiendo el más conveniente en función de la situación a resolver. Modeliza mediante la multiplicación situaciones en contextos auténticos.</p>	

	multiplicativo, con números de dos cifras.		
	Aplica estrategias de conteo basadas en los principios de adición y multiplicación para resolver problemas en contextos cotidianos sencillos.	Resuelve problemas de conteo mediante la representación de los datos en esquemas o diagramas, y reconoce la multiplicación como la operación en la que se sustenta la solución a muchos de estos problemas.	Posee un repertorio de estrategias y aplica las fórmulas correspondientes para resolver problemas de conteo.
	Resuelve situaciones aplicando adiciones y sustracciones de números naturales de hasta 4 cifras con algoritmos artesanales o convencionales.	Resuelve situaciones mediante el uso de adiciones y sustracciones de números racionales no negativos.	Resuelve situaciones que exigen el uso de adiciones y sustracciones de números reales.
	<p>Calcula, mentalmente o por escrito, la suma, la diferencia, y el producto de números naturales.</p> <p>Reconoce qué tipo de cálculo es pertinente para resolver la situación planteada.</p>	Calcula la suma, la diferencia, y el producto de números racionales en sus diferentes expresiones, así como la potencia de base y exponente naturales.	<p>Opera con números racionales: adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación de base y exponente racional.</p> <p>Opera en los distintos conjuntos numéricos, incluyendo el de los números complejos.</p> <p>Reconoce y aborda el trabajo con operaciones desde el concepto de función, aplica sus propiedades y maneja el concepto de operaciones inversas.</p>

	<p>Resuelve situaciones en contextos cotidianos e intramatemáticos, que exigen repartos equitativos (exhaustivos y no exhaustivos) de números naturales con divisores de una cifra.</p>	<p>Divide números naturales y decimales para resolver problemas de contextos intra o extramatemáticos.</p>	<p>Resuelve situaciones que exigen dividir números reales e interpretar el significado de los términos de la división y sus relaciones, en el contexto de la situación para dar respuesta.</p>	<p>Divide expresiones polinómicas utilizando las propiedades y relaciones de sus términos, por ejemplo en contextos de análisis de funciones.</p>
	<p>Utiliza la calculadora como instrumento de cálculo.</p>	<p>Opera con racionales utilizando la calculadora.</p>	<p>Opera con números reales y expresiones algebraicas utilizando dispositivos digitales.</p>	
	<p>Reconoce la pertinencia de la adición, la sustracción, la multiplicación o la división para resolver diferentes situaciones.</p> <p>Opera aplicando en forma consciente los algoritmos convencionales.</p> <p>Comienza a trabajar con algunas propiedades de las operaciones como la uniforme, la conmutativa y la asociativa.</p>	<p>Decide qué operación y qué representación numérica es pertinente para resolver una situación problemática.</p> <p>Utiliza las propiedades fundamentales de las operaciones para calcular y fundamentar resultados.</p>	<p>Utiliza las propiedades de las operaciones para la resolución de problemas en contextos algebraicos.</p>	<p>Argumenta aritméticamente así como algebraicamente e utilizando las propiedades de las operaciones definidas en los diferentes conjuntos numéricos.</p>

<p>Calcula dobles-mitades, triples-tercios, cuádruples-cuartos, etc. y los aplica al resolver problemas.</p>	<p>Identifica cantidades directamente proporcionales y opera con ellas a partir de sus propiedades.</p>	<p>Trabaja con cantidades directamente proporcionales e identifica las diferencias entre relaciones de proporcionalidad y aquellas que no lo son.</p>	<p>Conoce y utiliza propiedades y las posibles representaciones de variaciones de proporcionalidad directa en diferentes situaciones.</p>
<p>Relaciona la expresión en lenguaje natural con la simbólica de un número natural de hasta 4 cifras.</p>	<p>Decodifica fórmulas habituales que expresan relaciones de tipo algebraico entre dos variables y las expresa en lenguaje natural.</p>	<p>Cambia de registro del lenguaje natural a la expresión matemática y viceversa.</p>	<p>Selecciona o crea modelos algebraicos para plantear y resolver situaciones problemáticas.</p> <p>Reconoce la potencialidad del álgebra para expresar generalizaciones.</p>
<p>Utiliza conocimientos aritméticos para calcular términos en adiciones y sustracciones y factores en multiplicaciones y divisiones.</p> <p>Reconoce expresiones numéricas equivalentes con números naturales.</p>	<p>Calcula utilizando fórmulas habituales.</p> <p>Utiliza conocimientos aritméticos para hallar incógnitas en fórmulas habituales.</p> <p>Reconoce expresiones numéricas equivalentes con números racionales.</p>	<p>Opera con expresiones algebraicas y calcula valores numéricos de las mismas.</p> <p>Resuelve ecuaciones e inecuaciones utilizando conocimientos aritméticos y métodos algebraicos en variados contextos y situaciones.</p> <p>Reconoce y trabaja con expresiones algebraicas equivalentes.</p>	<p>Obtiene e interpreta valores funcionales.</p> <p>Utiliza el método y el registro más pertinente para resolver ecuaciones e inecuaciones en variados contextos y situaciones.</p> <p>Transforma expresiones algebraicas en otras equivalentes en función de la situación a resolver.</p>

		Reconoce valores iniciales y valores finales en un cálculo y cómo está dada la relación entre ellos.	Reconoce, representa y extrae información de funciones en sus diferentes registros identificando variable dependiente e independiente.	Selecciona o crea modelos funcionales para estudiar diferentes tipos de situaciones problemáticas, plantear otras, extraer conclusiones y tomar decisiones.
			Maneja software que promueve, acompaña y facilita la modelización, el análisis y la representación de funciones en sus distintos registros.	
Interpreta y organiza información obtenida a partir de tablas y gráficos sencillos.		Extrae y representa información a partir de tablas y distintos tipos de gráficos. Expresa algunas conclusiones basadas en los datos representados. Calcula el promedio, la moda, la mediana y la media.	Recolecta, organiza, representa e interpreta información estadística analizando la situación para la toma de decisiones.	Resuelve problemas que implican calcular e interpretar las medidas de posición y de dispersión.
			Identifica experimentos aleatorios expresando el espacio de resultados y sucesos para el cálculo de probabilidades. Utiliza recursos informáticos para trabajar en	Maneja variadas estrategias de conteo para su aplicación al cálculo de probabilidades de distintos tipos de sucesos.
		Experimenta con fenómenos aleatorios, identifica los posibles resultados y calcula la probabilidad de distintos sucesos.		

			probabilidad.
	Reconoce la magnitud a medir, el instrumento y la unidad pertinentes en una práctica efectiva de medición.	Calcula el perímetro y el área de figuras planas.	Utiliza la estrategia, la fórmula y la unidad más pertinentes para calcular magnitudes en variadas situaciones.
		Calcula el área y el volumen de algunas figuras del espacio.	Reconoce y expresa la variación del perímetro, el área o el volumen de una figura en función de la variación de alguno de sus elementos.
		Relaciona los resultados obtenidos, a través de prácticas efectivas de medición o mediante el cálculo de longitudes, superficies y volúmenes, pertinentemente, de acuerdo al contexto.	Utiliza conocimientos trigonométricos para el cálculo de distancias, medidas angulares, áreas y volúmenes de figuras geométricas en variados contextos.
		Aplica fórmulas habituales para cálculo de magnitudes, relacionando resultados a valores iniciales, asociados al contexto.	
GEOMETRÍA	Describe, oralmente o a través de un breve texto escrito, características de una figura geométrica plana o del espacio en función de sus elementos o de su relación con otras figuras o familia de figuras.	Formula e interpreta breves textos, con vocabulario específico, que describen figuras geométricas planas o del espacio, en los que se mencionan sus elementos y algunas de sus propiedades.	Define figuras geométricas y enuncia las correspondientes propiedades. Establece diferencias y relaciones entre la definición de una figura y sus propiedades.

	<p>Distingue un polígono de un no polígono, un poliedro de un no poliedro, y enuncia las diferencias.</p>	<p>Distingue un polígono de un no polígono, un poliedro de un no poliedro y enuncia, a través de las propiedades, las diferencias utilizando vocabulario específico.</p>		
	<p>Clasifica figuras geométricas a partir de algunas de sus características para identificar propiedades comunes, patrones y nuevos criterios de clasificación.</p>	<p>Clasifica figuras geométricas a partir de sus propiedades y enuncia el criterio que utilizó.</p> <p>Identifica el criterio a partir del cual se clasificó un conjunto de figuras geométricas.</p>	<p>Utiliza propiedades de figuras geométricas para deducir otras.</p> <p>Deduce algunas propiedades y las relaciona con otras.</p>	<p>Reconoce las propiedades de las figuras trascendiendo el criterio de clasificación utilizado.</p> <p>Deduce y demuestra, mediante cadenas de razonamiento, propiedades de figuras geométricas.</p>
	<p>Representa figuras geométricas y construye triángulos, circunferencias y círculos en contexto de juego (rompecabezas por ejemplo), diseño artístico (cartelera o decoración) o geométrico puro.</p>	<p>Representa con material concreto figuras geométricas planas y del espacio para disponer de modelos que permitan la exploración y acompañen la conceptualización de las figuras y sus propiedades.</p> <p>Construye figuras geométricas con instrumentos de trazado o software.</p>	<p>Construye e interpreta representaciones planas de figuras geométricas del espacio.</p> <p>Formula e interpreta los pasos de construcción de una figura geométrica con vocabulario específico y en base a las propiedades de las figuras utilizadas para la construcción.</p>	<p>Construye figuras geométricas, escribe e interpreta algoritmos de trazado usando expresiones y vocabulario matemático y los justifica teniendo en cuenta las propiedades de las figuras.</p>

	<p>Reconoce y enuncia algunas propiedades de las figuras a partir de sus representaciones</p>	<p>Analiza figuras, identifica características propias, las compara y relaciona con las de otras figuras.</p>	<p>Resuelve problemas, expresa conjeturas, plantea y justifica deducciones utilizando circunferencias, círculos, mediatrices, bisectrices y sus propiedades, así como las relaciones de paralelismo y perpendicularidad y las funciones del plano en el plano.</p>	<p>Deduce y construye lugares geométricos y los utiliza para resolver problemas.</p> <p>Elabora argumentos recurriendo a propiedades geométricas y los comunica, con vocabulario específico, mediante cadenas lógicas completas y coherentes.</p> <p>Aplica las propiedades de las relaciones de paralelismo y perpendicularidad definidas en el conjunto de las rectas de un plano y en el de los planos del espacio.</p> <p>Utiliza la geometría para modelizar y resolver problemas.</p>
	<p>En el trabajo con números y figuras geométricas reconoce regularidades, identifica patrones, establece relaciones entre los elementos de las figuras y sus propiedades.</p>	<p>Se compromete al diseñar juegos en los que toma en cuenta regularidades numéricas y geométricas.</p>	<p>Se compromete en el trabajo que implica descubrir la cadencia de patrones numéricos y geométricos.</p>	<p>Se propone crear, modificar y analizar patrones numéricos, algebraicos y geométricos por el placer de hacerlo o con el fin de obtener una generalización.</p>

		Encuentra retador y creativo modelizar formas de la naturaleza y del arte con figuras geométricas.	Valora y utiliza características de las figuras geométricas y propiedades numéricas en la modelización.		
EL HACER MATEMÁTICO	Ante una explicación relacionada con lo matemático, identifica lo que no comprende y plantea preguntas al respecto.	Pregunta o brinda una explicación matemática utilizando un lenguaje apropiado.	Elabora enunciados que muestran cautela y sentido crítico ante las creencias populares sobre lo matemático. Valora y usa en su comunicación la argumentación y la evidencia, diferenciándolas de la opinión.	Demuestra seguridad al argumentar matemáticamente. Reconoce y utiliza en su comunicación la coherencia de las interrelaciones entre los conceptos matemáticos.	
	Muestra curiosidad por explorar en Matemática.		Se compromete con el quehacer matemático en el aula y en la vida en general. Valora la historia del desarrollo del saber matemático como un recurso y un camino de búsqueda y construcción.		
	Utiliza juegos digitales como recursos que le permiten avanzar en los conceptos matemáticos.	Se muestra dispuesto a incorporar dispositivos tecnológicos para el trabajo en Matemática.	Recurre naturalmente al uso de dispositivos tecnológicos para trabajar en Matemática.	Reconoce el valor de la tecnología como potenciadora del pensamiento matemático.	
	Se propone colaborar con otros en la búsqueda de soluciones a los desafíos que enfrenta.		Se muestra dispuesto a resolver problemas trabajando en equipo y dialogando sobre los posibles caminos y	Se compromete en el trabajo colaborativo, conoce sus fortalezas y las pone al servicio del equipo. Elabora enunciados y	

			soluciones.	argumentos válidos, coherentes y completos.
	Comprende e implementa instrucciones en pasos.	Participa activamente en la elaboración de enunciados e instrucciones válidas y coherentes.	Con el objetivo de mejora, cuestiona con coherencia enunciados propios y ajenos siguiendo una cadena lógica deductiva de argumentación.	
	Valida el resultado en el contexto del problema.	Analiza la pertinencia del resultado en el contexto del problema.	Reconoce diversas estrategias de resolución de problemas y analiza la pertinencia de la estrategia elegida en cada caso. Valora la verificación como parte del proceso de solución de problemas.	Diseña diversas estrategias y persiste en el proceso de resolución de problemas. Incorpora al proceso de resolución de problemas el análisis de la pertinencia de la estrategia y de la solución hallada.
	Se muestra dispuesto a comunicar oralmente sus ideas al resolver problemas.	Se muestra dispuesto a comunicar por escrito sus ideas al resolver problemas.	Utiliza con seguridad el vocabulario científico para comunicar sus ideas al resolver problemas.	Participa activamente al debatir y argumentar ideas al resolver problemas y se esfuerza por comunicarlas con precisión.

	Persevera ante los errores.	Acepta el error como parte del proceso de su aprendizaje. Persevera y encuentra satisfacción al superar el error.	Reconoce que analizar el error cometido favorece su aprendizaje.	Es capaz de anticipar y controlar posibles errores en sus procedimientos matemáticos.
	Juega respetando las reglas del juego con independencia de ganar o perder. Controla el exitismo y la frustración.	Enfrenta el reto de descubrir estrategias ganadoras en un juego.	Analiza con curiosidad las reglas y las estrategias ganadoras de un juego.	Se compromete en el análisis y diseño de juegos llevando control sobre la coherencia y el enunciado de sus reglas.

5. Glosario

Es intención de esta sección aportar al lector el significado de algunas expresiones que son utilizadas en los indicadores de las progresiones de aprendizaje. Estos significados no han sido redactados como definiciones, en el sentido estricto del término, sino como descripciones.

Construcción geométrica - Es aquella representación que surge del uso del compás y la regla no graduada o de un software dinámico de geometría y que atiende a las propiedades de la figura correspondiente.

Contextos auténticos - Son ambientes en los que se sitúan los datos de la propuesta y las relaciones entre ellos, que resultan pertinentes y con significado para los estudiantes, que facilitan su involucramiento, mirada crítica y valorativa en el manejo de la información y toma de decisiones. Estos contextos implican o refieren a menudo a elementos del mundo público, de la vida personal del estudiante, del mundo de las ciencias naturales y sociales.

Decir números - Verbalizar la decodificación del número escrito. Cuando se trabaja la numeración, uno de los aspectos a tener en cuenta es la producción numérica que incluye el escribir y leer números. En las Progresiones de Aprendizaje en el Dominio Matemático consideramos que las habilidades de leer y escribir números tienen que ser complementadas con una habilidad oral por medio de la cual el estudiante también pueda "decir el número que lee".

Diferentes expresiones de un número racional - Contempla la expresión decimal (con la posibilidad natural incluida) y la expresión fraccionaria de un número racional.

Diferentes registros de funciones - Se hace referencia a la expresión algebraica, el gráfico, una tabla o un enunciado que dé cuenta de la relación particular establecida entre dos conjuntos y las variables que relaciona.

Figura geométrica - Se denomina figura geométrica a cualquier conjunto de puntos. A modo de ejemplo, un punto, una recta, un cuadrado, un cilindro o el conjunto vacío pueden ser considerados figuras geométricas.

Fórmulas habituales - Se entienden aquellas que usualmente son utilizadas, en la educación primaria, para el cálculo de áreas, perímetros o volúmenes de figuras geométricas, así como otras expresiones de uso para indicar el siguiente de un número, números pares, impares, etc.

Producción numérica - Engloba las acciones de leer y escribir un número. El estudiante tiene el derecho también de poder decir un número y construir una imagen mental correcta al escucharlo. Por esta razón, consideramos a la producción numérica englobando las acciones de leer, escribir, decir y escuchar números.

Reparto equitativo - La división como operación puede poseer diversos significados aportados por la actividad en la que participa. Uno de esos significados es el de reparto; en ese marco se plantea que un reparto es equitativo cuando a todos los destinatarios se les brinda una misma cantidad. Desde el punto de vista matemático toda división es equitativa pues, en un conjunto numérico establecido, dado un dividendo y un divisor, el cociente es único.

Reparto exhaustivo - La división como operación puede poseer diversos significados aportados por la actividad en la que participa. Uno de esos significados es el de reparto; en ese marco se plantea que un reparto es exhaustivo cuando al finalizarlo no queda ninguna cantidad por repartir. Desde el punto de vista matemático toda división es equitativa pero no tiene por qué ser exhaustiva. El reparto exhaustivo se modeliza con una división exacta.

Repertorios de cálculo - Los repertorios de cálculo conforman un conjunto memorizado de resultados numéricos que el estudiante posee y que pueden ser recuperados con rapidez. Entre ellos es posible destacar a modo de ejemplo: las sumas de iguales ($2+2$, $3+3$,...), los complementos al diez ($3+7$, $4+6$, $9+1$, ...) y sus generalizaciones ($30+70$, $400+600$,...) Los ejemplos anteriores hacen referencia a repertorios de cálculo aditivos pero también existen los multiplicativos como lo son, por ejemplo, los dobles y mitades, la multiplicación y división por 10, 100, 1000, etc.

Representación geométrica - Toda figura geométrica admite una representación mental y una representación material o física. La primera es propia de cada individuo y su validez ocurre luego de su explicitación y contrastación con las propiedades de la figura representada. Ejemplos de representación material o física de una figura lo

constituyen los dibujos a mano alzada, con el uso de materiales concretos, etc. Las representaciones geométricas responden a los verbos: dibujar, armar, marcar, plegar, etc.

Situaciones aditivas y multiplicativas - Por situaciones aditivas se entiende a todas aquellas cuya resolución puede modelizarse haciendo uso de una adición o una sustracción. Mientras que una situación es multiplicativa cuando su solución se modeliza con una multiplicación o a una división. El carácter aditivo o multiplicativo de una situación es independiente del proceso de resolución que realice el estudiante.

Variados contextos - Cuando se enuncia el trabajo en variados contextos se hace referencia a contextos intramatemáticos y extramatemáticos (otras ciencias, situaciones cotidianas, sociales, personales, etc.)

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

DEPARTMENT OF CHEMISTRY

LABORATORY OF ORGANIC CHEMISTRY

REPORT OF RESEARCH

BY

DR. J. D. COOPER

AND

DR. R. M. WOOD

1950