Instituto de Profesores Artigas

Segundo parcial Física 1 – 1º A   1º B   27 de octubre 2011

1. Dos meteoritos **A** y **B** chocan en el espacio. El meteorito **A** tiene masa **$1{,}5\times10^{12}$ Kg** y el meteorito **B** tiene masa **$2{,}2\times10^{12}$ Kg**. Antes del impacto, **A** tiene una velocidad de **0,25 m/s** respecto a un referencial fijo al sol y **B** una velocidad de **0,35 m/s** en la misma dirección que el **A** pero en sentido contrario.
Después de la colisión, se observa que el meteorito **A** posee una velocidad de **0, 35 m/s** en una dirección perpendicular a su dirección original. No tenga en cuenta las fuerzas gravitatorias del Sol u otros cuerpos.

a) De argumentos para justificar que antes y después de la colisión, los vectores velocidad de ambos objetos pertenecen al mismo plano.

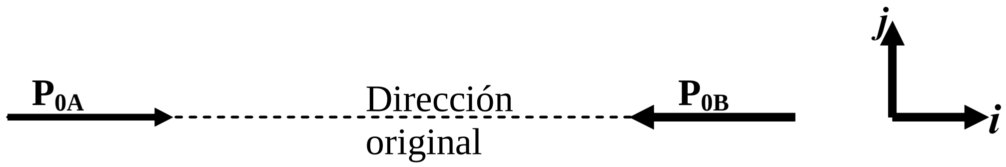
b) ¿Qué velocidad tiene el meteorito B después del encuentro?

c) Describa el movimiento del centro de masa del sistema formado por los dos meteoritos

Resolución:

La cantidad de movimiento del sistema formado por los dos meteoritos se conserva pues no hay fuerzas externas.

Se toma como referencia el versor ***i*** en la dirección y sentido ***inicial*** del meteorito A y el versor ***j*** en la dirección y sentido ***final*** del meteorito A (ver dibujo)



(a) La dirección original y la dirección final del meteorito A forman un plano (dos rectas que se cortan). Llamaremos plano $\boldsymbol{\alpha}$ a dicho plano. El vector cantidad de movimiento final del meteorito B, necesariamente debe pertenecer al plano $\boldsymbol{\alpha}$ pues de lo contrario, habría una componente de la cantidad de movimiento del sistema en la dirección perpendicular al plano $\boldsymbol{\alpha}$ cuando originalmente no la había. Esto contradice la conservación de ***P***.

(b) Para hallar la velocidad del meteorito B luego de la colisión usamos la conservación de la cantidad de movimiento del sistema.

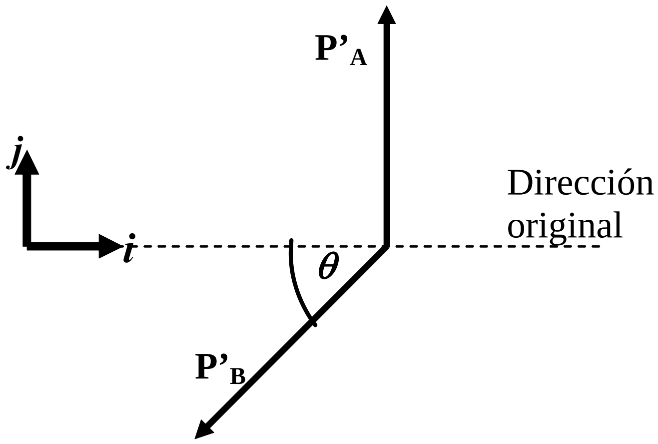
$$\left.\begin{array}{l}\vec{p}_{0A}+\vec{p}_{0B}=\vec{p}\,'_A+\vec{p}\,'_B \Rightarrow \vec{p}\,'_B=\vec{p}_{0A}+\vec{p}_{0B}-p\,'_A \\ \vec{p}_{0A}=\left(3,75\times 10^{11}\right)\hat{\mathbf{i}}\ \text{kg m/s} \\ \vec{p}_{0B}=-\left(7,7\times 10^{11}\right)\hat{\mathbf{i}}\ \text{kg m/s} \\ \vec{p}\,'_A=\left(5,25\times 10^{11}\right)\hat{\mathbf{j}}\ \text{kg m/s}\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{p}\,'_B=\left(3,75\times 10^{11}\right)\hat{\mathbf{i}}-\left(7,7\times 10^{11}\right)\hat{\mathbf{i}}-\left(5,25\times 10^{11}\right)\hat{\mathbf{j}}$$

$$\Rightarrow \vec{p}\,'_B=-\left(3,95\times 10^{11}\right)\hat{\mathbf{i}}-\left(5,25\times 10^{11}\right)\hat{\mathbf{j}} \Rightarrow \boxed{\vec{v}\,'_B=\frac{\vec{p}\,'_B}{m_B}=\left(-0,18\hat{\mathbf{i}}-0,24\hat{\mathbf{j}}\right)\text{m/s}}$$

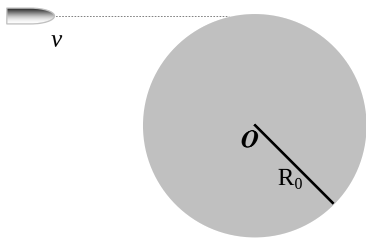
También se puede expresar el resultado mediante el módulo y sentido de la velocidad

$$\left|\vec{v}\,'_B\right|=\sqrt{\left(-0,18\right)^2+\left(0,24\right)^2}=0.3\,\text{m/s} \quad \theta=\text{atan}\left(\frac{0,24}{0,18}\right)=53,1^{\circ}$$



(c) Como la cantidad de movimiento del sistema se conserva, la velocidad del centro de masas es constante. $\vec{v}_{CM}=\dfrac{\vec{p}_{0A}+\vec{p}_{0B}}{m_A+m_B}=\dfrac{-3,95\times 10^{11}}{3,7\times 10^{12}}\hat{\mathbf{i}}=-0,11\hat{\mathbf{i}}\ \text{m/s}$

2. Una bala de masa ***m*** que se mueve con velocidad ***v***, golpea y queda empotrada en el borde de un cilindro de masa ***M*** y radio $\boldsymbol{R_0}$ (ver figura). El cilindro, inicialmente en reposo, comienza a girar alrededor de su eje de simetría, que permanece fijo. Suponiendo que no hay torque por fricción,



a) ¿cuál es la velocidad angular del cilindro luego de la colisión?
b) Calcule la pérdida de energía cinética en la colisión.

Resolución:

(a) Consideramos el sistema formado por la **bala + cilindro**. La bala queda incrustada en el cilindro entonces **no se conserva la energía**. El eje del cilindro ejerce una fuerza sobre el cilindro que no le permite desplazarse hacia la derecha luego del choque, entonces, hay una fuerza externa al sistema y **la cantidad de movimiento no se conserva**. No hay torques externos pues el eje no ejerce fuerza tangencial sobre el cilindro, entonces **se conserva el momento angular** del sistema. Usaremos esto para calcular la velocidad angular final del cilindro.
El momento angular inicial es el momento angular de la bala ya que el cilindro está en reposo. $L_0 = mvR_0$ (sentido entrante en la hoja)
El momento angular final es $L_F = (I_B + I_{\text{cil}})\omega$ Donde todos los momentos son tomados respecto al punto O de la figura. $I_B = m_B R_0^2$ ya que es una partícula. $I_{\text{cil}} = \dfrac{m_{\text{cil}} R_0^2}{2}$

Como $L_0 = L_F$, $\Rightarrow m_B v R_0 = \left(m_B R_0^2 + \dfrac{m_{\text{cil}} R_0^2}{2}\right)\omega \Rightarrow \boxed{\omega = \dfrac{v}{R_0} \cdot \dfrac{2m_B}{2m_B + m_{\text{cil}}}}$

(b) La pérdida de energía es $E_F - E_0$.

$$\left.\begin{array}{l} E_0 = \dfrac{m_B v^2}{2} \\ E_F = \dfrac{m_B (\omega R_0)^2}{2} + \dfrac{I_{\text{cil}}\omega^2}{2} = \left(m_B R_0^2 + \dfrac{m_{\text{cil}} R_0^2}{2}\right)\dfrac{\omega^2}{2} = \left(m_B R_0^2 + \dfrac{m_{\text{cil}} R_0^2}{2}\right)\dfrac{v^2}{2R_0^2}\dfrac{4m_B^2}{(2m_B + m_{\text{cil}})^2} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_F - E_0 = \left(m_B R_0^2 + \frac{m_{\text{cil}} R_0^2}{2}\right)\frac{v^2}{2R_0^2}\frac{4m_B^2}{(2m_B + m_{\text{cil}})^2} - \frac{m_B v^2}{2} = \frac{m_B v^2}{2}\left(\frac{-m_{\text{cil}}}{(2m_B + m_{\text{cil}})}\right) \Rightarrow$$

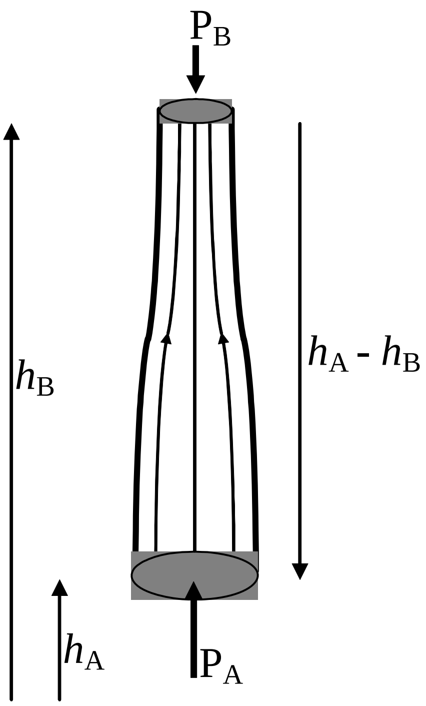
$\boxed{\Rightarrow E_F - E_0 = -E_0\left(\dfrac{1}{(2m_B/m_{\text{cil}} + 1)}\right)}$. $\Rightarrow \Delta E < 0$ y la pérdida porcentual de energía depende únicamente del cociente de las masas del cilindro y la bala.

3. En una casa, circula agua por un tubo de calefacción desde el sótano hasta el segundo piso. En el sótano, el diámetro del tubo es **4,0 cm**, la velocidad del agua es **0,50 m/s** y la presión del flujo es **3,0 atm**. El segundo piso se encuentra **5,0 m** por encima del sótano y allí, el diámetro del tubo es de **2,6 cm**. Suponga que el tubo no se bifurca.

a) Haga una esquema de la situación indicando la información relevante del problema
b) ¿A qué velocidad circula el agua en el segundo piso?
c) ¿Cuál es la presión del agua en el segundo piso?

Resolución:

a)



b) Calculamos el módulo de v_B en el segundo piso aplicando la ecuación de continuidad entre la sección A (sótano) y B (segundo piso). Cómo el agua es un fluido incompresible,

$$a_A.v_A = a_B.v_B$$

$$a = R^2.\pi = \frac{d^2.\pi}{4}$$

$$v_B = \frac{a_A.v_A}{a_B} = \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2.v_A$$

$$\boxed{v_B = \left(\frac{4{,}0.10^{-2}\,m}{2{,}6.10^{-2}\,m}\right)^2.0{,}50\frac{m}{s} = 1{,}2\frac{m}{s}}$$

c) Suponemos ahora que se entre la planta baja y el segundo piso el flujo es estacionario y no hay pérdidas por viscosidad. Calcularemos la presión del agua en el 2º piso usando la ecuación de Bernoulli.

$$\frac{1}{2}.\rho.v_A{}^2 + P_A + \rho.g.h_A = \frac{1}{2}.\rho.v_B{}^2 + P_B + \rho.g.h_B$$

$$\frac{1}{2}.\rho.\left(v_A{}^2 - v_B{}^2\right) + \rho.g.\left(h_A - h_B\right) + P_A = P_B$$

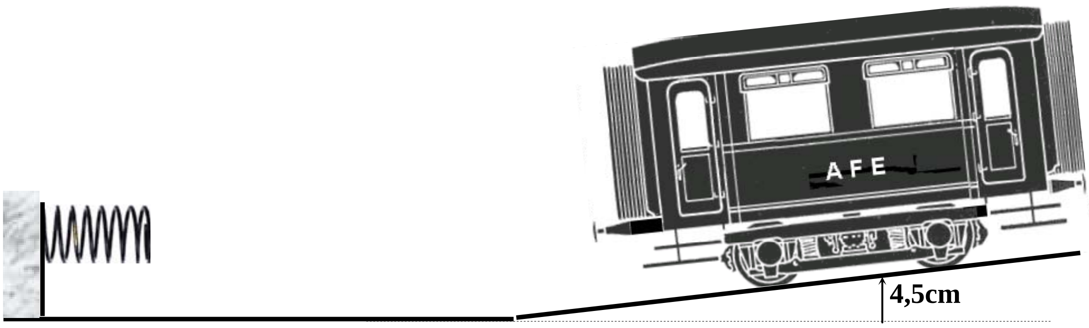
$$\boxed{P_B = \frac{1}{2}.10^3\left(0{,}50^2 - 1{,}2^2\right) + 10^3.9{,}8.\left(-0{,}50\right) + 3.1{,}035.10^5 = 2{,}51.10^5\,Pa}$$

4. Un Vagón de tren de **$1,0 \times 10^4$ kg** es dejado imprudentemente sin frenos en una vía con una pendiente pequeña pero suficiente para que el vagón comience a moverse. La masa de las ruedas es pequeña comparada con la masa del resto del vagón y entonces la energía cinética de rotación puede despreciarse frente a la de traslación.
Antes de llegar al tramo horizontal de la vía (ver figura), el centro de masas del vagón desciende **4,5 cm**. Al final del tramo horizontal hay un gran resorte cuya constante elástica es **$9,9\times10^4$ N/m**, fijo al muro. Luego que el vagón impacta contra el resorte, queda adherido a él. Para los cálculos considere que la fuerza de rozamiento es despreciable.

a) Halle la amplitud de las oscilaciones luego que el vagón queda unido al resorte.

b) Halle la frecuencia de las oscilaciones.

c) Escriba la fuerza neta que actúa sobre el vagón en función del tiempo mientras continúe enganchado al resorte.



Resolución:

a) Como la masa de las ruedas es mucho menor que la masa del vagón, despreciamos la Energía Cinética de rotación frente a la de traslación.

Además como la fuerza de rozamiento es despreciable, la única fuerza que efectúa trabajo mientras el vagón desciende por la rampa es la fuerza Peso, y además efectúa trabajo la fuerza elástica cuando el resorte es deformado.

Modelamos el vagón como rígido y usamos conservación de la energía para el sistema conservativo vagón-resorte.

$U_{go} = U_{gf} + U_{e.máx.}$ $\qquad h_o = h_{CM}$ $\qquad h_f = h_{CM} - 0.045m$

$$m_{Vagón} g.(h_o - h_f) = \frac{k.x_{máx.}^{\;2}}{2}$$

Amplitud de las oscilaciones $= x_{máx} = \sqrt{\dfrac{2.m_V.g.h}{K}}$ $\qquad \boxed{A = 0,30m}$

b) $\sum \vec{F} = \vec{F}_{elástica} = -k.\vec{x}$ por tanto el movimiento que describe el vagón es armónico simple con frecuencia angular dada por $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} \Rightarrow \omega = 3{,}1 rad/s$

$$f = \frac{w}{2\pi} \Rightarrow \boxed{f = 0{,}49 Hz}$$

c) $\xrightarrow{\hat{i}} x$

Condiciones iniciales: t=0 x_0= 0 $v_0 = v_{máx.}$

$$x = A.sen(\omega t)$$

$$\dot{x} = \omega.A.\cos(\omega t)$$

$$\ddot{x} = -\omega^2.A.sen(\omega t)$$

$$\vec{F}_{neta} = m\ddot{x} = -\left(1{,}0 \cdot 10^4 kg\right) \cdot (3{,}1 rad/s)^2 \cdot \left(0{,}30 m\right) \cdot sen(3{,}1 \mathrm{rad/s} \cdot t)$$

$$\boxed{\vec{F}_{neta} = -2{,}9.10^4.sen(3{,}1t)\hat{i}N}$$